$5^{\underline{a}}$ Lista de Exercícios Álgebra Linear
Diagonalização de operadores lineares

Seções 5.1 e 5.2

Exercício 1 ** Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dada por $T(x, y, z) = (x, y, x)$. Encontre os autovalores de T e os respectivos subespaços próprios e a multiplicidade geométrica de cada autovalor.*

Exercício 2 *Encontre os autovalores e autovetores do operador linear $T : V \to V$ nos seguintes casos:*

(a) $V = \mathbb{R}^2$, $T(x, y) = (x + y, x - y)$.

(b) $V = \mathbb{R}^3$, $T(1, 0, 0) = (2, 0, 0)$, $T(0, 1, 0) = (2, 1, 2)$, $T(0, 0, 1) = (3, 2, 1)$.

(c) $V = \mathbb{R}^4$ *e* $[T]_B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, *onde B é a base canônica do $\mathbb{R}^4$.*

Seção 5.3

Exercício 3 ** Verifique se $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ dada por*

$$T(x, y, z, t) = (x + y, y, 2z + t, 2z + t)$$

é diagonalizável. Encontre também os autoespaços de T.

Exercício 4 *Determine $M \in M_2(\mathbb{R})$, se existir, de modo que $M^{-1}AM$ seja uma matriz diagonal nos seguintes casos.*

(a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 13 \end{pmatrix}$

(b) $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

Exercício 5 *Verificar, em cada um dos itens abaixo, se o operador $T \in L(\mathbb{R}^3)$ dado pela sua matriz com relação à base canônica é diagonalizável:*

(a) $[T]_C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

(b) $[T]_C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ m & 2 & 0 \\ n & 0 & 2 \end{pmatrix}$