

Atividade Cálculo Diferencial e Integra II
Sistemas de Informação
Prof^a Liliam Carsava Merighe

Exercício 1 Uma pessoa tem 60 kg e está em uma dieta de 1.600 calorias por dia, das quais 850 são usadas diretamente pelo metabolismo basal. Ela gasta cerca de 15 cal/kg/dia vezes seu peso fazendo exercícios. Se 1 kg de gordura tiver 10.000 cal e assumirmos que a reserva de calorias na forma de gordura seja 100% eficiente, formule uma equação diferencial e resolva-a para encontrar a massa dela em função do tempo. A massa dessa pessoa eventualmente se aproxima de uma massa de equilíbrio?

Exercício 2 Um modelo para a propagação de um boato é que a taxa de propagação é proporcional ao produto da fração y da população que ouviu o boato pela fração que não ouviu o boato.

- a) Escreva uma equação diferencial que seja satisfeita por y .
- b) Resolva a equação diferencial.
- c) Uma cidade pequena tem 1.000 habitantes. Às 8 horas, 80 pessoas tinham ouvido o boato. Ao meio-dia, metade da cidade tinha ouvido o boato. A que horas 90% da população terá ouvido o boato?

Exercício 3 O comprador de uma casa não pode gastar mais de R\$ 1.500,00 por mês pelo seu financiamento. Suponha que a taxa de juros é de 6% ao ano, que os juros são capitalizados continuamente e que os pagamentos também são feitos continuamente.

- (a) Determine a quantia máxima que esse comprador pode financiar em um prazo de 20 anos e em um prazo de 30 anos.
- (b) Determine os juros totais pagos durante o financiamento em cada um dos casos no item (a).

Exercício 4 Uma ferramenta importante em pesquisa arqueológica é a datação por carbono radioativo, desenvolvida pelo químico americano Willard F. Libby. Essa é uma ferramenta para determinar a idade de determinados resíduos de madeira e plantas, e, portanto, de ossos de animais ou homens, ou artefatos encontrados enterrados nos mesmos níveis. A datação por carbono radioativo baseia-se no fato de que alguns restos de madeira ou plantas contêm quantidades residuais de carbono-14, um isótopo radioativo do carbono. Esse isótopo se acumula durante a vida da planta e começa a decair na sua morte. Como a meia-vida do carbono-14 é longa (aproximadamente 5.730 anos), quantidades mensuráveis de carbono-14 permanecem depois de muitos milhares de anos. Se mesmo uma fração mínima da quantidade original de carbono-14 ainda está presente, então, através de medidas apropriadas em laboratório, pode-se determinar com precisão a proporção da quantidade original de carbono-14 que permanece. Em outras palavras, se $Q(t)$ é a quantidade de carbono-14 no instante t e Q_0 é a quantidade original, então a razão $Q(t)/Q_0$ pode ser determinada, pelo menos se essa quantidade não for pequena demais. Técnicas atuais de medida permitem o uso desse método por períodos de tempo de 50.000 anos ou mais.

- (a) Supondo que Q satisfaz a equação diferencial $Q' = -rQ$, determine a constante de decaimento r para o carbono-14.
- (b) Encontre uma expressão para $Q(t)$ em qualquer instante t , se $Q(0) = Q_0$.
- (c) Suponha que determinados restos foram descobertos nos quais a quantidade residual atual de carbono-14 é 20% da quantidade original. Determine a idade desses restos.

Exercício 5 A Lei de Resfriamento de Newton afirma que a taxa de resfriamento de um objeto é proporcional à diferença de temperatura entre o objeto e sua vizinhança, desde que essa diferença não seja muito grande.

- a) Suponha que você tenha acabado de servir uma xícara de café recém-coado com uma temperatura de 95°C em uma sala onde a temperatura é de 20°C . Escreva uma equação diferencial para expressar a Lei de Resfriamento de Newton nessa situação particular. Qual a condição inicial?*
- b) Suponha que o café esfrie a uma taxa de 1°C por minuto quando sua temperatura for 70°C . Como fica a equação diferencial nesse caso? Se possível., resolva-a para encontrar uma expressão para a temperatura do café no instante t .*
- c) Desenhe um campo de direções e use-o para esboçar a curva solução para o problema de valor inicial. Qual é o valor-limite da temperatura?*
- d) Use o método de Euler com passo $h = 2$ minutos para estimar a temperatura do café após 10 minutos.*