

2ª Lista de Exercícios
Cálculo Diferencial e Integra II - Curso: Engenharia Civil
Profª Liliam Carsava Merighe

Funções Vetoriais

Todos os exercícios da lista a seguir podem ser encontrados na seguinte referência:
STEWART, J. Cálculo, v.2. 7 ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

Exercício 1 Determine o domínio da função vetorial $\vec{F}(t) = (\sqrt{4-t^2}, e^{-3t}, \ln(t+1))$.

Exercício 2 Calcule os limites:

a) $\lim_{t \rightarrow 0} \left(e^{-3t}, \frac{t^2}{\sin^2 t}, \cos 2t \right)$

b) $\lim_{t \rightarrow +\infty} \left(t e^{-t}, \frac{t^3+t}{2t^3-1}, t \sin \frac{1}{t} \right)$

Exercício 3 Mostre que a curva com equações paramétricas $x = t \cos t$, $y = t \sin t$, $z = t$ está no cone $z^2 = x^2 + y^2$, e use esse fato para esboçar a curva.

Exercício 4 Em quais pontos a curva $\gamma(t) = (t, 0, 2t - t^2)$ intercepta o parabolóide $z = x^2 + y^2$?

Exercício 5 Determine a função vetorial que representa a curva obtida pela intersecção do cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ com o plano $z = 1 + y$.

Exercício 6 Determine a derivada da função vetorial:

a) $\vec{F}(t) = (t \sin t, t^2, t \cos 2t)$

b) $\vec{F}(t) = \vec{i} - \vec{j} + e^{4t} \vec{k}$

c) $\vec{F}(t) = (e^{t^2}, -1, \ln(1+3t))$

Exercício 7 Calcule a integral:

a) $\int_0^2 (t\vec{i} - t^3\vec{j} + 3t^5\vec{k}) dt$

b) $\int_0^{\pi/2} (3 \sin^2 t \cos t, 3 \sin t \cos^2 t, 2 \sin t \cos t) dt$

Exercício 8 Se $\vec{F}(t) = (\sin t, \cos t, t)$ e $\vec{G}(t) = (t, \cos t, \sin t)$, calcule:

a) $\frac{d}{dt}[\vec{F}(t) \cdot \vec{G}(t)]$

b) $\frac{d}{dt}[\vec{F}(t) \wedge \vec{G}(t)]$

Exercício 9 Sejam $\vec{F}(2) = (1, 2, -1)$, $\vec{F}'(2) = (3, 0, 4)$ e $\vec{G}(t) = (t, t^2, t^3)$, faça o que se pede em cada item:

a) Calcule $f'(2)$, onde $f(t) = \vec{F}(t) \cdot \vec{G}(t)$.

b) Calcule $\vec{H}'(2)$, onde $\vec{H}(t) = \vec{F}(t) \wedge \vec{G}(t)$.

Exercício 10 Determine o comprimento da curva dada:

a) $\gamma(t) = (t, \cos t, 3 \operatorname{sen} t), \quad -5 \leq t \leq 5$

b) $\gamma(t) = \left(2t, t^2, \frac{1}{3}t^3\right), \quad 0 \leq t \leq 1$

c) $\gamma(t) = \sqrt{2}t \vec{i} + e^t \vec{j} + e^{-t} \vec{k}, \quad 0 \leq t \leq 1$

Exercício 11 Seja C a curva de intersecção do cilindro parabólico $x^2 = 2y$ e da superfície $3z = xy$. Encontre o comprimento exato de C da origem até o ponto $(6, 18, 36)$.

Exercício 12 Considere a curva dada por $\gamma(t) = (t^3 + 3t, t^2 + 1, 3t + 5)$. Determine o vetor tangente unitário $\vec{T}(t)$ no ponto com valor de parâmetro $t = 1$.

Exercício 13 Considere a curva dada por $\gamma(t) = (t, 3 \cos t, 3 \operatorname{sen} t)$. Determine o vetor tangente unitário $\vec{T}(t)$.

Exercício 14 Considere a curva dada pelas equações paramétricas $\gamma(t) = (1 + 2\sqrt{t}, t^3 - t, t^3 + t)$. Determine as equações paramétricas para a reta tangente à curva, no ponto $(3, 0, 2)$.