1ª Lista de Exercícios
Cálculo Diferencial e Integral II - Curso: Engenharia Civil
Prof^a Liliam Carsava Merighe

Equações Paramétricas e Coordenadas Polares

Todos os exercícios da lista a seguir podem ser encontrados na seguinte referência:
STEWART, J. Cálculo, v.2. 7 ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

Exercício 1 Considere as curvas planas a seguir, dadas pelas suas equações paramétricas:

(i) $x = 3 - 4t, \quad y = 2 - 3t$

(ii) $x = 1 - t^2, \quad y = t - 2, \quad -2 \leq t \leq 2$

Para cada uma delas, faça o que se pede em cada item:

a) Esboce a curva usando as equações paramétricas para marcar os pontos. Indique com uma seta a direção na qual a curva é traçada quando t aumenta.

b) Elimine o parâmetro para encontrar uma equação cartesiana da curva.

Exercício 2 Considere as curvas planas a seguir, dadas pelas suas equações paramétricas:

(i) $x = \sin(\frac{1}{2}\theta), \quad y = \cos(\frac{1}{2}\theta), \quad -\pi \leq \theta \leq \pi$

(ii) $x = e^t - 1, \quad y = e^{2t}$

Para cada uma delas, faça o que se pede em cada item:

a) Elimine o parâmetro para encontrar uma equação cartesiana da curva.

b) Esboce a curva e indique com uma seta a direção na qual a curva é traçada quando o parâmetro aumenta.

Exercício 3 Considere a curva plana dada por

$$x = t \operatorname{sen} t, \quad y = t^2 + t.$$

Encontre $\frac{dy}{dx}$.

Exercício 4 Para cada um dos itens, encontre uma equação da tangente à curva no ponto correspondente ao valor do parâmetro dado:

a) $x = t^4 + 1, \quad y = t^3 + t; \quad t = -1$

b) $x = t \cos t, \quad y = t \operatorname{sen} t; \quad t = \pi$

Exercício 5 Considere a curva plana dada por

$$x = t^2 + 1, \quad y = t^2 + t.$$

Encontre $\frac{dy}{dx}$ e $\frac{d^2y}{dx^2}$. Para quais valores de t a curva é côncava para cima?

Exercício 6 Considere a curva plana dada por

$$x = t^3 - 3t, \quad y = t^2 - 3.$$

Encontre os pontos na curva onde a tangente é horizontal ou vertical.

Exercício 7 Em quais pontos na curva $x = 2t^3, y = 1 + 4t - t^2$ a reta tangente tem inclinação 1?

Exercício 8 Encontre a área delimitada pelo eixo x e pela curva $x = 1 + e^t, y = t - t^2$.

Exercício 9 Calcule o comprimento da curva $x = \sin^2\theta, y = \cos^2\theta$, quando θ varia no intervalo $0 \leq \theta \leq 3\pi$.

Exercício 10 Para cada um dos itens a seguir, marque o ponto cujas coordenadas polares são dadas e encontre as suas coordenadas cartesianas.

- a) $(2, \pi/3)$.
- b) $(1, -3\pi/4)$.
- c) $(1, \pi)$.
- d) $(-1, \pi/2)$.
- e) $(-2, 3\pi/4)$.
- f) $(2, -2\pi/3)$.

Exercício 11 As coordenadas cartesianas de um ponto são dadas. Encontre as coordenadas polares (r, θ) do ponto, onde $r > 0$ e $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

- a) $(2, -2)$.
- b) $(-1, \sqrt{3})$.
- c) $(3\sqrt{3}, 3)$.
- d) $(1, -2)$.

Exercício 12 Esboce a região no plano que consiste em pontos cujas coordenadas polares satisfazem as condições dadas: $1 \leq r \leq 3$ e $\pi/6 < \theta < 5\pi/6$.

Exercício 13 Encontre a equação cartesiana para a curva descrita pela equação polar dada.

- a) $r = 2$.
- b) $r = 2 \cos \theta$.
- c) $\theta = \pi/3$.

Exercício 14 Encontre uma equação polar para a curva representada pela equação cartesiana dada.

- a) $y = 2$.
- b) $y = x$.
- c) $x^2 + y^2 = 6x$.