

3ª Lista de Exercícios
Cálculo Diferencial e Integral II - Curso: Engenharia Civil
Profª Liliam Carsava Merighe

Funções de várias variáveis reais a valores reais - Parte 1

Todos os exercícios da lista a seguir podem ser encontrados na seguinte referência:
STEWART, J. Cálculo, v.2. 7 ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

Exercício 1 *Seja $g(x, y) = \cos(x + 2y)$.*

- a) Calcule $g(2, -1)$.*
- b) Determine o domínio de g .*
- c) Determine a imagem de g .*

Exercício 2 *Determine e esboce o domínio das seguintes funções:*

- a) $f(x, y) = \sqrt{x + y}$*
- b) $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2} - \sqrt{1 - y^2}$*

Exercício 3 *Esboce algumas curvas de nível da função $f(x, y) = (y - 2x)^2$.*

Exercício 4 *Em cada um dos itens, determine o limite, se existir, ou mostre que o limite não existe.*

- a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} (5x^3 - x^2y^2)$*
- b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,1)} \frac{4 - xy}{x^2 + y^2}$*
- c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + \sin^2 y}{2x^2 + y^2}$*
- d) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy \cos y}{3x^2 + y^2}$*
- e) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 - y^4}{x^2 + y^2}$*
- f) $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{xy + yz}{x^2 + y^2 + z^2}$*

Exercício 5 *Em cada um dos itens, determine as derivadas parciais de primeira ordem da função.*

- a) $f(x, y) = y^5 - 3xy$*
- b) $f(x, t) = \sqrt{x} \ln t$*
- c) $z = (2x + 3y)^{10}$*
- d) $f(x, y) = \frac{x}{y}$*
- e) $f(x, y, z) = xz - 5x^2y^3z^4$*

f) $w = z e^{xyz}$

Exercício 6 Seja $f(x, y, z) = \frac{y}{x + y + z}$. Determine $\frac{\partial f}{\partial y}(2, 1, -1)$.

Exercício 7 A função $z = f(x, y)$ é dada implicitamente pela equação $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$. Use a derivação implícita para encontrar $\frac{\partial z}{\partial x}$ e $\frac{\partial z}{\partial y}$.

Exercício 8 Seja $f(x, y) = x^3y^5 + 2x^4y$. Determine todas as derivadas parciais de segunda ordem de f .

Exercício 9 A temperatura em um ponto (x, y) de uma chapa de metal é dada por $T(x, y) = \frac{60}{1 + x^2 + y^2}$, onde T é medida em °C e x e y em metros. Determine a taxa de variação da temperatura no ponto $(2, 1)$ nas direções x e y .

Exercício 10 Determine uma equação do plano tangente à superfície no ponto especificado.

a) $z = 3y^2 - 2x^2 + x$, $(2, -1, -3)$.

b) $z = x e^{xy}$, $(2, 0, 2)$

Exercício 11 Em cada um dos itens, explique por que a função é diferenciável no ponto dado. A seguir, encontre a linearização $L(x, y)$ da função naquele ponto.

a) $f(x, y) = 1 + x \ln(xy - 5)$, $(2, 3)$.

b) $f(x, y) = \frac{x}{x + y}$, $(2, 1)$

Exercício 12 Determine a aproximação linear da função $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ em $(3, 2, 6)$ e use-a para aproximar o número $\sqrt{(3, 02)^2 + (1, 97)^2 + (5, 99)^2}$.

Exercício 13 Determine a diferencial da função $u = \sqrt{x^2 + 3y^2}$.

Exercício 14 Se $z = 5x^2 + y^2$ e (x, y) varia de $(1, 2)$ a $(1, 05, 2, 1)$, compare os valores Δz e dz .

Exercício 15 O comprimento e a largura de um retângulo foram medidos como 30cm e 24cm, respectivamente, com um erro de medida de, no máximo, 0,1cm. Utilize as diferenciais para estimar o erro máximo cometido no cálculo da área do retângulo.

Exercício 16 A pressão, o volume e a temperatura de um mol de um gás ideal estão relacionados pela equação $PV = 8,31T$, onde P é medida em quilopascals, V em litros e T em kelvins. Utilize diferenciais para determinar a variação aproximada da pressão se o volume aumenta de 12L para 12,3L e a temperatura decresce de 310K para 305K.